ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата 09.11.2023

Новый материал (конспект в рабочую тетрадь)

Тема: «Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла»

1. Основные тригонометрические тождества

1) $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

2) $tg\,\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

3) $ctg\,\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

4) $tg\,\alpha \cdot ctg\,\alpha = 1$

5) $1 + tg^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$

6) $1 + ctg^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$

2. Решение задач

Пример 1. Могут ли одновременно быть справедливы равенства:

$\cos\alpha = \frac{1}{2}$ и $\sin\alpha = \frac{1}{2}$?

Решение:

Так как рассматриваются функции синус и косинус одного и того же аргумента, то должно выполняться основное тригонометрическое тождество:

$\sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$,но $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \neq 1$.

Поэтому равенства $\cos\propto = \frac{1}{2}$ и $\sin\propto = \frac{1}{2}$ одновременно справедливы быть не могут (т.к. не выполняется основное тригонометрическое тождество).

Пример 2. Могут ли одновременно быть справедливы равенства:

$\cos\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ и $\sin\alpha = \frac{1}{2}$?

Решение:

Так как рассматриваются функции синус и косинус одного и того же аргумента, то должно выполняться основное тригонометрическое тождество:

$\sin^2 \propto + cos^2 \propto = 1$, но $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1.$

Основное тригонометрическое тождество выполняется. Значит, равенства, данные в условии, одновременно справедливы.

Пример 3. Найдите значения тригонометрических функций числа α**,** зная, что $\sin \alpha = 0{,}6$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

Решение:

Так как по условию $\frac{\pi}{2} < \propto < \pi$, то α- принадлежит II четверти (смотрим знаки по окружностям в конспекте прошлого урока!).

Поэтому из основного тригонометрического тождества

$\sin^2 \alpha + cos^2 \alpha = 1$, находим $cos\ \alpha$

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - 0{,}6^2} = -\sqrt{1 - 0{,}36} = -\sqrt{0{,}64} = -0{,}8;$$

$$tg\alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{0{,}6}{-0{,}8} = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4};$$

$$ctg\alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{-0{,}8}{0{,}6} = -\frac{8}{6} = -\frac{4}{3}.$$

Пример 4. Найдите tg α, если

$$\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} \quad \text{и} \quad \alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$$

Решение:

В этом и подобных примерах необходимо знать основное тригонометрическое тождество (его вообще нужно помнить всегда!!!), а также формулу тангенса:

$$sin^2 x + cos^2 x = 1$$

$$tg\alpha = \frac{sin\ x}{cos\ x}$$

Косинус угла нам известен. Из формулы основного тригонометрического тождествамы можем найти значение синуса. Затем подставить их в формулу тангенса.
Теперь важный момент: необходимо определить знак синуса для заданного интервала. Это интервал от 270 до 360 градусов (четвёртая четверть). Значение синуса в этой четверти отрицательное, поэтому:

$$sin\,x = -\sqrt{1 - cos^2 x}$$

$$sin\,x = -\sqrt{1 - \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2} = -\sqrt{1 - \frac{4}{\left(\sqrt{5}\right)^2}} = -\sqrt{1 - \frac{4}{5}} = -\sqrt{\frac{1}{5}} = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

Таким образом:

$$tg\alpha = \frac{sin\,x}{cos\,x} = \frac{-\frac{1}{\sqrt{5}}}{\frac{2}{\sqrt{5}}} = -\frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} = -0{,}5$$

Домашнее задание:

1. Основные тригонометрические тождества УЧИТЬ!!
2. Могут ли быть справедливы равенства:
   a) $\text{tg} \propto = \frac{2}{5}$, $\text{ctg} \propto = \frac{5}{2}$;
   b) $\text{tg} \propto = -\frac{1}{2}$, $\text{ctg} \propto = 2$;
3. Найдите значение других трех основных тригонометрических функций, если:

$$\sin\alpha = \frac{12}{13},\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi;$$

$$\cos\alpha = -0{,}6,\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi;$$

Домашнее задание отправляем на электронную почту oles.udalova@yandex.ru